**十年（**2014**－**2023**）年高考真题分项汇编**

**导数选择、填空**

**目录**

[**题型一：导数的概念及其几何意义** 1](file:///D:\临时处理\刘存德\专题01%20函数及其性质（选填题）（原卷版）.docx#_Toc7254)

[**题型二：导数与函数的单调性 8**](file:///D:\临时处理\刘存德\专题01%20函数及其性质（选填题）（原卷版）.docx#_Toc10177)

[**题型三：导数与函数的极值、最值 9**](file:///D:\临时处理\刘存德\专题01%20函数及其性质（选填题）（原卷版）.docx#_Toc14635)

[**题型四：导数与函数的零点 14**](file:///D:\临时处理\刘存德\专题01%20函数及其性质（选填题）（原卷版）.docx#_Toc14635)

[**题型五：导数的综合应用 16**](file:///D:\临时处理\刘存德\专题01%20函数及其性质（选填题）（原卷版）.docx#_Toc14635)

[**题型六：定积分 20**](file:///D:\临时处理\刘存德\专题01%20函数及其性质（选填题）（原卷版）.docx#_Toc14635)

# 题型一：导数的概念及其几何意义

**一、选择题**

1．(2021年新高考Ⅰ卷·第7题)若过点可以作曲线的两条切线，则 (　　)

A． B．

C． D．

**【答案】**D

解析:在曲线上任取一点，对函数求导得，

所以，曲线在点处的切线方程为，即，

由题意可知，点在直线上，可得，

令，则．

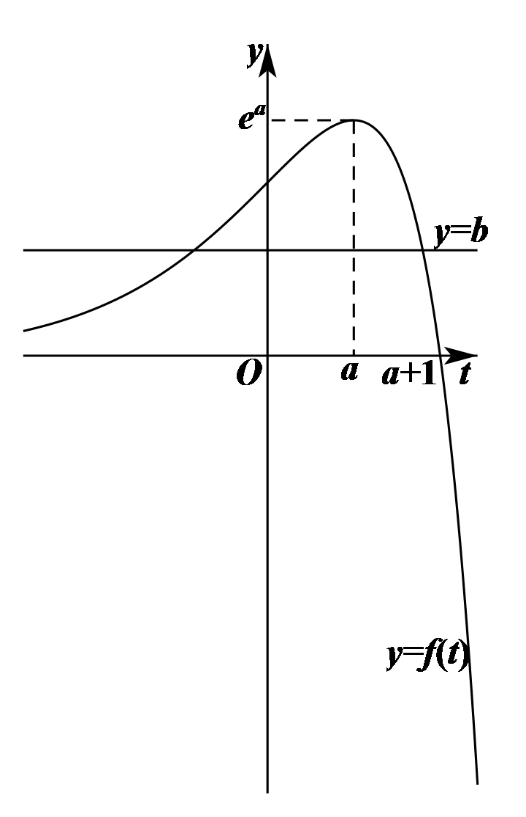
当时，，此时函数单调递增，

当时，，此时函数单调递减，

所以，，

由题意可知，直线与曲线的图象有两个交点，则，

当时，，当时，，作出函数的图象如下图所示：



由图可知，当时，直线与曲线的图象有两个交点,故选D．

2．(2020年高考课标Ⅰ卷理科·第0题)函数的图像在点处的切线方程为 (　　)

A． B． C． D．

**【答案】**B

【解析】，，，，

因此，所求切线的方程为，即．

故选：B．

【点睛】本题考查利用导数求解函图象的切线方程，考查计算能力，属于基础题

3．(2020年高考课标Ⅲ卷理科·第0题)若直线*l*与曲线*y*=和*x*2+*y*2=都相切，则*l*的方程为 (　　)

A．*y*=2*x*+1 B．*y*=2*x*+ C．*y*=*x*+1 D．*y*=*x*+

**【答案】**D

解析：设直线在曲线上的切点为，则，

函数的导数为，则直线的斜率，

设直线的方程为，即，

由于直线与圆相切，则，

两边平方并整理得，解得，(舍)，

则直线的方程为，即．

故选：D．

【点睛】本题主要考查了导数的几何意义的应用以及直线与圆的位置的应用，属于中档题．

4．(2019·全国Ⅲ·理·第6题)已知曲线在点处的切线方程为，则 (　　)

A． B． C． D．

**【答案】**D

【解析】由，根据导数的几何意义易得，解得，从而得到切点坐标为，将其代入切线方程，得，解得，故选D．

【点评】准确求导是进一步计算的基础，本题易因为导数的运算法则掌握不熟，二导致计算错误．求导要“慢”，计算要准，是解答此类问题的基本要求．另外对于导数的几何意义要注意给定的点是否为切点，若为切点，牢记三条：①切点处的导数即为切线的斜率；②切点在切线上；③切点在曲线上。

**5．(2018年高考数学课标卷Ⅰ(理)·第5题)设函数，若为奇函数，则曲线在点处的切线方程为 (　　)**

**A． B． C． D．**

**【答案】**D

解析：函数，若为奇函数，可得，所以函数，可得，曲线在点处的切线的斜率为：1，则曲线在点处的切线方程为：，故选D．

6．(2014高考数学课标2理科·第8题)设曲线y=ax-ln(x+1)在点(0,0)处的切线方程为y=2x，则a=

A．0 B．1 C．2 D．3

**【答案】**D

解析：因为，所以切线的斜率为，解得，选D

7．(2014高考数学大纲理科·第7题)曲线在点(1,1)处切线的斜率等于 (　　)

A．2e B． C．2 D．1

**【答案】**C

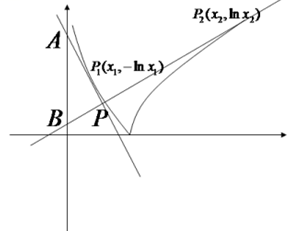
解析：因为，所以，根据导数的几何意义可知曲线在点处切线的斜率，故选C．

8．(2016高考数学四川理科·第9题)设分别是函数图像上的点处的切线，与互相垂直并相交于点，且分别与轴相交于点，则的面积的取值范围为 (　　)

A． B． C． D．

**【答案】**A

【解析】由题设知：不妨设点的坐标分别为：，其中，



则由于分别是点处的切线，直线的斜率分别为而，

得：的斜率为，的斜率为；又与垂直，且，

由题意易知

，

则

直线联立的方程可得

当且仅当即时等号成立

而，所以

所以的面积的取值范围．

9．(2017年高考数学浙江文理科·第7题)函数的导函数的图象如图所示,则函数的图象可能是

(第7题图)

*x*

*y*

*O*

*x*

*y*

*O*

A B

*x*

*y*

*O*

C D

*x*

*y*

*O*

*x*

*y*

*O*

**【答案】** D

【解析】(定义法)导数大于零,原函数递增,导数小于零,原函数递减,对照导函数图象和原函数图象．故选D． (特例法)取导函数,勾画原函数图象．故选D． **二、填空题**

1．(2021年高考全国甲卷理科·第0题)曲线在点处的切线方程为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

**【答案】**

解析：由题，当时，，故点在曲线上．

求导得：，所以．

故切线方程为．

故答案为：．

2．(2022新高考全国II卷·第14题)曲线过坐标原点的两条切线的方程为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_，\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

**【答案】**①．  ②． 

解析： 因为，

当时，设切点为，由，所以，所以切线方程为，

又切线过坐标原点，所以，解得，所以切线方程为，即；

当时，设切点为，由，所以，所以切线方程为，

又切线过坐标原点，所以，解得，所以切线方程为，即；

故答案为：；

3．(2022新高考全国I卷·第15题)若曲线有两条过坐标原点的切线，则*a*的取值范围是\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

**【答案】**

解析：∵，∴，

设切点为,则,切线斜率,

切线方程为：,

∵切线过原点，∴,

整理得：,

∵切线有两条，∴,解得或,

∴的取值范围是,

故答案为：

4．(2019·全国Ⅰ·理·第13题)曲线在点处的切线方程为 ．

**【答案】**答案：

解析：，

所以曲线在点处的切线方程为．

5．(2019·江苏·第11题)在平面直角坐标系中，点在曲线上，且该曲线在点处的切线经过点(为自然对数的底数)，则点的坐标是\_\_\_\_\_\_.

【答案】

【解析】设切点，因为，所以切线的斜率，

又切线过点，所以，即，解得，则点的坐标是.

6．(2018年高考数学课标Ⅲ卷(理)·第14题)曲线在点处的切线的斜率为，则 ．

**【答案】**

解析：记，则

依题意有，即，解得．

7．(2018年高考数学课标Ⅱ卷(理)·第13题)曲线在点处的切线方程为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

**【答案】**

解析：因为，所以，切线方程为，即．

8．(2014高考数学江西理科·第14题)若曲线上点处的切线平行于直线,则点的坐标是\_\_\_\_\_\_\_\_．

**【答案】** 分析:设切点,则由得:,所以点的坐标是．

9．(2014高考数学广东理科·第10题)曲线在点处的切线方程为

**【答案】**答案：．

解析：，故切线方程为．本题易错点在符合函数求导忘记乘以．

10．(2014高考数学江苏·第11题)在平面直角坐标系中，若曲线(*a*，*b*为常数)过点，且该曲线在点*P*处的切线与直线平行，则的值是 ．

**【答案】**

解析：曲线过点，则①，  
又，所以②，由①、②解得 所以．

11．(2015高考数学陕西理科·第15题)设曲线在点处的切线与曲线上点处的切线垂直，则的坐标为 ．

**【答案】**

解析：因为，所以，所以曲线在点处的切线的斜率，设的坐标为()，则，因为，所以，所以曲线在点处的切线的斜率，因为，所以，即，解得，因为，所以，所以，即的坐标是，所以答案应填：．

12．(2016高考数学课标Ⅲ卷理科·第15题)已知为偶函数,当时,,,则曲线在点处的切线方程是\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

**【答案】**

【解析】当时,,则.又因为是偶函数,所以,所以,则切线斜率为,所以切线方程为,即.

13．(2016高考数学课标Ⅱ卷理科·第16题)若直线是曲线的切线，也是曲线的切线，则 ．

**【答案】**

【解析】设直线与曲线的切点为 ，与曲线的切点为 则 ，所以

所以，所以，所以．

# 题型二：导数与函数的单调性

1．(2023年新课标全国Ⅱ卷·第6题)已知函数在区间上单调递增，则*a*的最小值为 (　　)．

A． B．e C． D．

**【答案】**C

解析：依题可知，在上恒成立，显然，所以，

设，所以，所以在上单调递增，

，故，即，即*a*的最小值为．

故选：C．

2．(2015高考数学福建理科·第10题)若定义在上的函数满足，其导函数满足，则下列结论中一定错误的是 (　　)

A． B．

C． D．

**【答案】**C

解析：由已知条件，构造函数，则，故函数在上单调递增，且，故，所以，，所以结论中一定错误的是C，选项D无法判断；构造函数，则，所以函数在上单调递增，且，所以，即，，选项A,B无法判断，故选C．

3．(2014高考数学大纲理科·第16题)若函数在区间是减函数，则的取值范围是 ．

**【答案】**

解析：因为，而时，函数单调递减，所以在恒成立，即恒成立，因为，所以即在恒成立，从而，因为的值域为即，所以．

# 题型三：导数与函数的极值、最值

1．(2021年高考全国乙卷理科·第0题)设，若为函数的极大值点，则 (　　)

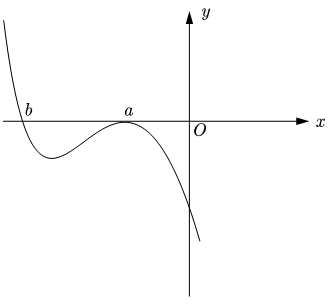
A B． C． D．

**【答案】**D

解析：若，则为单调函数，无极值点，不符合题意，故．

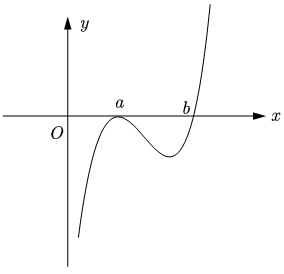
有和两个不同零点，且在左右附近是不变号，在左右附近是变号的．依题意，为函数的极大值点，在左右附近都是小于零的．

当时，由，，画出的图象如下图所示：



由图可知，，故．

当时，由时，，画出的图象如下图所示：



由图可知，，故．

综上所述，成立．

故选：D

【点睛】本小题主要考查三次函数的图象与性质，利用数形结合的数学思想方法可以快速解答．

2．(2022年高考全国甲卷数学(理)·第6题)当时，函数取得最大值，则 (　　)

A B． C． D．1

**【答案】**B

【解析】因为函数定义域为，所以依题可知，，，而，所以，即，所以，因此函数在上递增，在上递减，时取最大值，满足题意，即有．

故选：B．

3．(2017年高考数学课标Ⅱ卷理科·第11题)若是函数的极值点，则的极小值为 (　　)

A． B． C． D．1

**【答案】**A

【**命题意图**】本题主要考查导数的极值概念及其极大值与极小值判定条件，意在考查考生的运

算求解能力．

【**解析**】**解法一：常规解法**

∵  ∴ 导函数

∵  ∴ 

∴ 导函数

令，∴ ，

当变化时，，随变化情况如下表：

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |
|  | + | 0 | - | 0 | + |
|  |  | 极大值 |  | 极小值 |  |

从上表可知：极小值为．

**二、多选题**

1．(2023年新课标全国Ⅱ卷·第11题)若函数既有极大值也有极小值，则 (　　)．

A． B． C． D．

**【答案】**BCD

解析：函数的定义域为，求导得，

因为函数既有极大值也有极小值，则函数在上有两个变号零点，而，

因此方程有两个不等的正根，

于是，即有，，，显然，即，A错误，BCD正确．

故选：BCD

三、填空题

1．(2022年高考全国乙卷数学(理)·第16题)已知和分别是函数(且)的极小值点和极大值点．若，则*a*的取值范围是\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

**【答案】**

解析：，

因为分别是函数的极小值点和极大值点，

所以函数在和上递减，在上递增，

所以当时，，当时，，

若时，当时，，则此时，与前面矛盾，

故不符合题意，

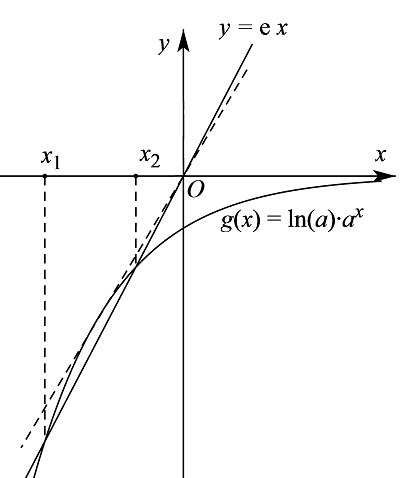
若时，则方程的两个根为，

即方程的两个根为，

即函数与函数的图象有两个不同的交点，

∵,∴函数的图象是单调递减的指数函数，

又∵,∴的图象由指数函数向下关于轴作对称变换，然后将图象上的每个点的横坐标保持不变，纵坐标伸长或缩短为原来的倍得到，如图所示：



设过原点且与函数的图象相切的直线的切点为，

则切线的斜率为，

故切线方程为，

则有，解得，

则切线的斜率为，

因为函数与函数的图象有两个不同的交点，

所以，解得，

又，所以，

综上所述，的范围为．

2．(2018年高考数学江苏卷·第11题)若函数在内有且只有一个零点，则在上的最大值与最小值的和为 ．

**【答案】**–3

解析：由得，因为函数在上有且仅有一个零点且，所以，因此，，从而函数在上，单调递增，在上单调递减，所以，，最大值与最小值的和为．

3．(2018年高考数学课标卷Ⅰ(理)·第16题)已知函数,则的最小值是 ．

**【答案】**

解法一：先求的最大值，设



，

即，

故根据奇函数知，

解法二：导数法+周期函数



当；；



解法三：均值不等式法







当且仅当时，

此时，

# 题型四：导数与函数的零点

1．(2014高考数学课标1理科·第11题)已知函数高考资源网(ks5u.com),中国最大的高考网站,您身边的高考专家。=高考资源网(ks5u.com),中国最大的高考网站,您身边的高考专家。,若高考资源网(ks5u.com),中国最大的高考网站,您身边的高考专家。存在唯一的零点高考资源网(ks5u.com),中国最大的高考网站,您身边的高考专家。,且高考资源网(ks5u.com),中国最大的高考网站,您身边的高考专家。>0,则高考资源网(ks5u.com),中国最大的高考网站,您身边的高考专家。的取值范围为 (　　)

A．(2,+∞) B．(-∞,-2) C．(1,+∞) D．(-∞,-1)

**【答案】**B 解析1:由已知高考资源网(ks5u.com),中国最大的高考网站,您身边的高考专家。,高考资源网(ks5u.com),中国最大的高考网站,您身边的高考专家。,令高考资源网(ks5u.com),中国最大的高考网站,您身边的高考专家。,得高考资源网(ks5u.com),中国最大的高考网站,您身边的高考专家。或高考资源网(ks5u.com),中国最大的高考网站,您身边的高考专家。, 当高考资源网(ks5u.com),中国最大的高考网站,您身边的高考专家。时,高考资源网(ks5u.com),中国最大的高考网站,您身边的高考专家。; 且高考资源网(ks5u.com),中国最大的高考网站,您身边的高考专家。,高考资源网(ks5u.com),中国最大的高考网站,您身边的高考专家。有小于零的零点,不符合题意． 当高考资源网(ks5u.com),中国最大的高考网站,您身边的高考专家。时,高考资源网(ks5u.com),中国最大的高考网站,您身边的高考专家。 要使高考资源网(ks5u.com),中国最大的高考网站,您身边的高考专家。有唯一的零点高考资源网(ks5u.com),中国最大的高考网站,您身边的高考专家。且高考资源网(ks5u.com),中国最大的高考网站,您身边的高考专家。>0,只需高考资源网(ks5u.com),中国最大的高考网站,您身边的高考专家。,即高考资源网(ks5u.com),中国最大的高考网站,您身边的高考专家。,高考资源网(ks5u.com),中国最大的高考网站,您身边的高考专家。．选B 解析2:由已知高考资源网(ks5u.com),中国最大的高考网站,您身边的高考专家。,高考资源网(ks5u.com),中国最大的高考网站,您身边的高考专家。=高考资源网(ks5u.com),中国最大的高考网站,您身边的高考专家。有唯一的正零点,等价于高考资源网(ks5u.com),中国最大的高考网站,您身边的高考专家。 有唯一的正零根,令高考资源网(ks5u.com),中国最大的高考网站,您身边的高考专家。,则问题又等价于高考资源网(ks5u.com),中国最大的高考网站,您身边的高考专家。有唯一的正零根,即高考资源网(ks5u.com),中国最大的高考网站,您身边的高考专家。与高考资源网(ks5u.com),中国最大的高考网站,您身边的高考专家。有唯一的交点且交点在在y轴右侧记高考资源网(ks5u.com),中国最大的高考网站,您身边的高考专家。,高考资源网(ks5u.com),中国最大的高考网站,您身边的高考专家。,由高考资源网(ks5u.com),中国最大的高考网站,您身边的高考专家。,高考资源网(ks5u.com),中国最大的高考网站,您身边的高考专家。,高考资源网(ks5u.com),中国最大的高考网站,您身边的高考专家。, 高考资源网(ks5u.com),中国最大的高考网站,您身边的高考专家。,要使高考资源网(ks5u.com),中国最大的高考网站,您身边的高考专家。有唯一的正零根,只需高考资源网(ks5u.com),中国最大的高考网站,您身边的高考专家。,选B

2．(2015高考数学新课标2理科·第12题)设函数是奇函数的导函数，，当时，，则使得成立的的取值范围是 (　　)

A． B．

C． D．

**【答案】**A

解析：记函数，则，因为当时，，故当时，，所以在单调递减；又因为函数是奇函数，故函数是偶函数，所以在单调递减，且．当时，，则；当时，，则，综上所述，使得成立的的取值范围是，故选A．

3．(2015高考数学新课标1理科·第12题)设函数,其中，若存在唯一的整数，使得学优高考网(www.gkstk.com),国内最领先的高考网站,每天发布最有价值的高考资料,累计帮助千万考生获得成功!0，则的取值范围是 (　　)

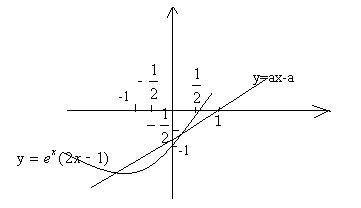
A．B．C．D．

**【答案】**D

解析：设=，，由题知存在唯一的整数，使得在直线的下方．

因为，所以当时，＜0，当时，＞0，所以当时，=，

当时，=-1，，直线恒过(1,0)斜率且，故，且，解得≤＜1，故选D．



考点：本题主要通过利用导数研究函数的图像与性质解决不等式成立问题

4．(2015高考数学安徽理科·第15题)设，其中均为实数，下列条件中，使得该三次方程仅有一个实根的是 ．(写出所有正确条件的编号)

①；②；③；④；⑤．

**【答案】**①③④⑤

解析：令，求导得，当时，，所以单调递增，且至少存在一个数使，至少存在一个数使，所以必有一个零点，即方程仅有一根，故④⑤正确；当时，若，则，易知，在上单调递增，在上单调递减，所以，

，要使方程仅有一根，则或者

，解得或，故①③正确．所以使得三次方程仅有一个实 根的是①③④⑤．

# 题型五：导数的综合应用

1．(2014高考数学辽宁理科·第11题)当时，不等式恒成立，则实数a的取值范围是 (　　)

A． B． C． D．

**【答案】**C

解析:

当0≤x≤1时，ax3-x2+4x+3≥0可化为，

令，则，

当0≤x≤1时，f′(x)＞0，f(x)在(0，1]上单调递增，f(x)max=f(1)=-6，∴a≥-6；

当-2≤x＜0时，ax3-x2+4x+3≥0可化为，

当-2≤x＜-1时，f′(x)＜0，f(x)单调递减，

当-1＜x＜0时，f′(x)＞0，f(x)单调递增，f(x)min=f(-1)=-2，∴a≤-2；

综上所述，实数a的取值范围是-6≤a≤-2，即实数a的取值范围是[-6，-2]．

2．(2016高考数学山东理科·第10题)若函数的图象上存在两点，使得函数的图象在这两点处的切线互相垂直，则称具有性质．下列函数中具有性质的是 (　　)

A． B． C． D．

**【答案】**A

【解析】由函数的图象在两点处的切线互相垂直可知，存在两点处的切线斜率的积，即导函数值的积为．当时，,有,所以在函数图像存在两点使条件成立，故A正确；函数的导数值均非负，不符合题意，故选A．

**二、多选题**

25．(2022新高考全国I卷·第10题)已知函数，则 (　　)

A．有两个极值点 B．有三个零点

C．点是曲线的对称中心 D．直线是曲线的切线

**【答案】AC**

解析: 由题，，令得或，

令得，

所以在上单调递减，在，上单调递增，

所以是极值点，故A正确；

因，，，

所以，函数在上有一个零点，

当时，，即函数在上无零点，

综上所述，函数有一个零点，故B错误；

令，该函数的定义域为，，

则是奇函数，是的对称中心，

将的图象向上移动一个单位得到的图象，

所以点是曲线的对称中心，故C正确；

令，可得，又，

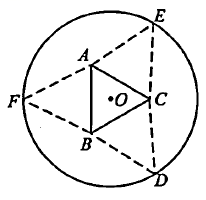
当切点为时，切线方程为，当切点为时，切线方程为，

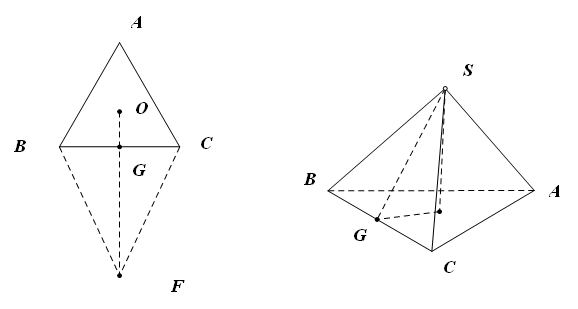
故D错误

故选：AC．

三、填空题

1．(2017年高考数学新课标Ⅰ卷理科·第16题)如图,圆形纸片的圆心为,半径为,该纸片上的等边三角形的中心为为圆上的点,,,分别是以为底边的等腰三角形．沿虚线剪开后,分别以为折痕折起,,,使得重合,得到三棱锥．当的边长变化时,所得三棱锥体积(单位:)的最大值为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．



**【答案】** 【解析】如下图,设正三角形的边长为x,则． ,  三棱锥的体积 ． 令,则, 令, ,, ． 

2．(2016高考数学北京理科·第14题)设函数．

①若，则的最大值为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_；

②若无最大值，则实数的取值范围是\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

**【答案】**，．

解析：由，得

如下图，是的两个函数在没有限制条件时的图象．



⑴ ；

⑵ 当时，有最大值；

当时，在时无最大值，且，所以，．

3．(2021年新高考全国Ⅱ卷·第16题)已知函数，函数的图象在点和点的两条切线互相垂直，且分别交*y*轴于*M*，*N*两点，则取值范围是\_\_\_\_\_\_\_．

**【答案】**

解析:由题意，，则，

所以点和点，,所以，所以，所以，

同理,所以．故答案为．

# 题型六：定积分

1．(2014高考数学陕西理科·第3题)定积分的值为 (　　)

A． B． C． D．

**【答案】**C

解析: ，故选C．

2．(2014高考数学山东理科·第6题)直线与曲线在第一象限内围成的封闭图形的面积为 (　　)

A． B． C． D．

**【答案】**

解析：由题意知．

3．(2014高考数学江西理科·第8题)若则 (　　)

A． B． C． D．1

**【答案】** B 分析:设,则因此

4．(2014高考数学湖北理科·第6题)若函数、满足，则称、在区间上的一组正交函数，给出三组函数：①，；②，；③，．其中为区间上的正交函数的组数是 (　　)

A．0 B．1 C．2 D．3

**【答案】**C

解析：对于①，

＝

＝

＝0．

故①为一组正交函数；

对于②，

＝

＝，

故②不是一组正交函数；

对于③，．

故③为一组正交函数，故选C．

二、填空题

1．(2015高考数学天津理科·第11题)曲线 与直线 所围成的封闭图形的面积为 ．

**【答案】**

解析：在同一坐标系内作出两个函数的图象，解议程组得两曲线的交点坐标为，由图可知峡谷曲线所围成的封闭图形的面积

．



考点：定积分几何意义与定积分运算．

2．(2015高考数学湖南理科·第11题) ．

**【答案】**．

分析：．

考点：定积分的计算．

【名师点睛】本题主要考查定积分的计算，意在考查学生的运算求解能力，属于容易题，定积分的计算通常有两类基本方法：一是利用牛顿-莱布尼茨定理；二是利用定积分的几何意义求解．